

**ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO
CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2011**

- 5** In una delle sue opere G. Galilei fa porre da Salviati, uno dei personaggi, la seguente questione riguardante l'insieme \mathbb{N} dei numeri naturali («i numeri tutti»). Dice Salviati: «...se io dirò, i numeri tutti, comprendendo i quadrati e i non quadrati, esser più che i quadrati soli, dirò proposizione verissima: non è così?». Come si può rispondere all'interrogativo posto e con quali argomentazioni?

SOLUZIONE DELLA PROVA D'ESAME CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2011

5 Consideriamo l'insieme dei numeri naturali \mathbb{N} ; sia A l'insieme dei quadrati dei numeri naturali:

$$A = \{q \in \mathbb{N} \mid q = n^2, n \in \mathbb{N}\}.$$

L'insieme A è un sottoinsieme proprio di \mathbb{N} ovvero $A \subset \mathbb{N}$, i due insiemi sono ordinati per inclusione ma sono infiniti.

Uguualmente si può definire una corrispondenza biunivoca tra \mathbb{N} e A :

$$n \mapsto n^2,$$

ovvero a un numero naturale corrisponde uno e un solo numero, suo quadrato. L'insieme di partenza \mathbb{N} e quello di arrivo A sono ordinati per cardinalità. Pertanto affermare che i numeri naturali sono in numero maggiore che i corrispondenti quadrati è falso.