

**SIMULAZIONE DELLA PROVA D'ESAME DI LICEO SCIENTIFICO  
CORSO SPERIMENTALE P.N.I.**

**8** Considera le funzioni:

$$f(x) = \ln(\sqrt{x+1} + 1) + \ln(\sqrt{x+1} - 1), \quad g(x) = \ln x.$$

Discuti la verità della seguente affermazione:

«poiché  $f'(x) = g'(x) = \frac{1}{x}$ , per uno dei corollari del teorema di Lagrange le due funzioni differiscono per una costante».

Nel caso che sia vera calcola il valore della costante.

**SOLUZIONE DELLA SIMULAZIONE D'ESAME  
CORSO SPERIMENTALE P.N.I.**

**8** Troviamo il dominio di  $f$ :

$$\begin{cases} x+1 \geq 0 \\ \sqrt{x+1} + 1 > 0 \rightarrow x > 0. \\ \sqrt{x+1} - 1 > 0 \end{cases}$$

Dunque le funzioni hanno entrambe come dominio  $\mathbb{R}^+$  e, in esso, sono la stessa funzione:

$$\ln(\sqrt{x+1} + 1) + \ln(\sqrt{x+1} - 1) = \ln[(\sqrt{x+1} + 1) \cdot (\sqrt{x+1} - 1)] = \ln(x+1-1) = \ln x.$$

La costante è ovviamente zero.

Osserviamo che il corollario del teorema di Lagrange non è applicabile a tutto il dominio in quanto è un intervallo aperto ma si può applicare ad ogni intervallo  $[a; b] \subset \mathbb{R}^+$ .