3 Determinare il dominio della funzione $f(x) = \ln(1 - 2x + \sqrt{x})$.

3 Considerata $f(x) = \ln(1 - 2x + \sqrt{x})$, si tratta di una funzione logaritmica. Per l'esistenza della radice, deve essere $x \geq 0$. Inoltre, la condizione di esistenza del logaritmo impone che il suo argomento sia positivo, ovvero che $1 - 2x + \sqrt{x} > 0$. È necessario quindi risolvere la disequazione irrazionale $\sqrt{x} > 2x - 1$. Essa è equivalente all'unione dei seguenti sistemi:

$$\begin{cases} 2x - 1 < 0 \\ x \geq 0 \end{cases} \vee \begin{cases} 2x - 1 \geq 0 \\ x > (2x - 1)^2 \end{cases}.$$

Risolvendoli, si trova:

$$\text{I sistema: } \begin{cases} x < \dfrac{1}{2} \\ x \geq 0 \end{cases} \rightarrow \quad 0 \leq x < \frac{1}{2};$$

$$\text{II sistema: } \begin{cases} x \geq \dfrac{1}{2} \\ x > 4x^2 + 1 - 4x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \geq \dfrac{1}{2} \\ 4x^2 - 5x + 1 < 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \geq \dfrac{1}{2} \\ \dfrac{1}{4} < x < 1 \end{cases} \rightarrow \quad \frac{1}{2} \leq x < 1.$$

L'insieme delle soluzioni della disequazione è l'unione dei due intervalli, perciò $0 \leq x < 1$.
Il campo di esistenza della funzione $f(x) = \ln(1 - 2x + \sqrt{x})$ è C.E.: $0 \leq x < 1$.

